

# Kvantitatív módszerek – szimuláció – példák - B

Kovács Zoltán  
Szervezési és Vezetési Tanszék

E-mail: [kovacs@gtk.uni-pannon.hu](mailto:kovacs@gtk.uni-pannon.hu)  
URL: <http://almos.vein.hu/~kovacs>

# Szimulációs példák

- Termékjellemző ingadozás
- SPC
- Megbízhatóság
- Kapacitástervezés

# Gyártási jellemző ingadozásának szimulációja

Egy termék mért jellemzőjének értéke a gyártás végén normális eloszlást követ,  $m=5$ ,  $\sigma=0,3$ .

Feladat: Készítsen szimulációs modellt táblázatkezelőben 40 egymást követő termék jellemzőjére.

	A	B	C
1			
2		Várh. ért.:	5
3		Szórás:	0,3
4			
5			
6			
7			
8			
9		Véletlen számok	
10	Sorszám	(0,1) egyenletes	Normális (gyártás)
11	1	=VÉL()	=INVERZ.NORM(B11;\$C\$2;\$C\$3)
12	2	=VÉL()	=INVE
13	3	=VÉL()	=INVE
14	4	=VÉL()	=INVE
15	5	=VÉL()	=INVE
16	6	=VÉL()	=INVE
17	7	=VÉL()	=INVE
18	8	=VÉL()	=INVE
19	9	=VÉL()	=INVE
20	10	=VÉL()	=INVE
21	11	=VÉL()	=INVE
22	12	=VÉL()	=INVE
23	13	=VÉL()	=INVE
24	14	=VÉL()	=INVE
25	15	=VÉL()	=INVE
26	16	=VÉL()	=INVERZ.NORM(B26;\$C\$2;\$C\$3)

Verifikálás:

A szimuláció eredményének st

Gyártás

Adatok száma:

=DARAB(C11:C51)

Átlag:

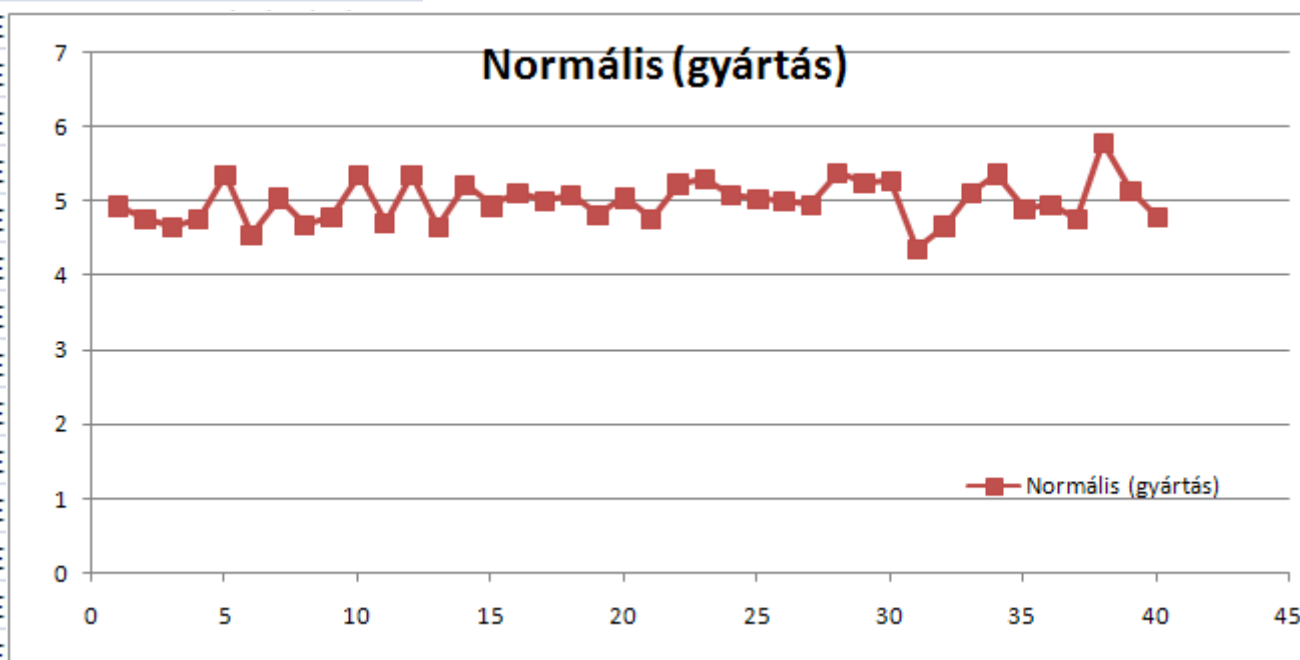
=ÁTLAG(C11:C50)

Szórás:

=SZÓRÁS(C11:C50)

Korr. emp. szórás:

=SZÓRÁSP(C11:C50)



	Várh. ér	5
	Szórás:	0,3
	Véletlen számok	
Sorsz	(0,1) egy	Normális (gyártás)
1	0,4161	4,93644417
2	0,2085	4,756488984
3	0,119	4,646040884
4	0,2176	4,765864343
5	0,8844	5,359239473
6	0,0687	4,55430338
7	0,5567	5,04280952
8	0,1481	4,686586043
9	0,2468	4,794627106
10	0,8851	5,360233843
11	0,1642	4,706768579
12	0,8778	5,34918917

13	0,1304	4,662591178
14	0,7656	5,217351641
15	0,4185	4,938248988
16	0,6349	5,103440149
17	0,5048	5,003581753
18	0,599	5,075264192
19	0,2625	4,809336571
20	0,5613	5,046271766
21	0,2203	4,768644824
22	0,7769	5,228561039
23	0,8415	5,300715542
24	0,6123	5,085630509
25	0,5333	5,025041419
26	0,4955	4,996690332
27	0,4322	4,948744845
28	0,9015	5,386989501
29	0,7995	5,251897727
30	0,8127	5,266338079
31	0,017	4,363969225
32	0,1323	4,665312782
33	0,6397	5,107266336
34	0,8869	5,363102474
35	0,3663	4,897499854
36	0,4361	4,951728646
37	0,2072	4,755150813
38	0,9952	5,776096117
39	0,6665	5,129094071
40	0,2366	4,78478863

Verifikálás:	
A szimuláció eredményének	
	Gyártás
Adatok száma:	40
Átlag:	4,99669711
Szórás:	0,28462022
Korr. emp. szór	0,28103995

# SPC szimulációja

Készítse el az előző feladatban szereplő gyártáshoz egy háromdarabos mintavételhez tartozó átlag-kártya szimulációját! Az ellenőrző határokat a tapasztalati (szimulált) értékek alapján adódó szóráshoz határozza meg, háromszoros szórásérték mellett! ( $\pm 3\sigma$ )

# A minta átlagértékek szimulációja:

- A mintaátlagok szórása az eredeti szórás  $\sqrt{n}$ -ed rész, ahol  $n$  a mintaelemszám.

$$\sigma_{\text{átlagok}} = \frac{\sigma_{\text{sokaság}}}{\sqrt{n}}$$

	Várh. ért.:	5	Mintaelemszám:	3
	Szórás:	0,3	k	3
	Véletlen számok			
Sorszám	(0,1) egyenletes	Normális (gyártás)	Normális (minta)	
1	=VÉL()	=INVERZ.NORM(B11;\$C\$7;\$C\$8)	=INVERZ.NORM(B11;\$C\$7;\$C\$8/GYÖK(\$E\$7))	
2	=VÉL()	=INVERZ.NORM(B12;\$C\$7;\$C\$8)	=INVERZ.NORM(B12;\$C\$7;\$C\$8/GYÖK(\$E\$7))	
3	=VÉL()	=INVERZ.NORM(B13;\$C\$7;\$C\$8)	=INVERZ.NORM(B13;\$C\$7;\$C\$8/GYÖK(\$E\$7))	
4	=VÉL()	=INVERZ.NORM(B14;\$C\$7;\$C\$8)	=INVERZ.NORM(B14;\$C\$7;\$C\$8/GYÖK(\$E\$7))	
5	=VÉL()	=INVERZ.NORM(B15;\$C\$7;\$C\$8)	=INVERZ.NORM(B15;\$C\$7;\$C\$8/GYÖK(\$E\$7))	
6	=VÉL()	=INVERZ.NORM(B16;\$C\$7;\$C\$8)	=INVERZ.NORM(B16;\$C\$7;\$C\$8/GYÖK(\$E\$7))	
7	=VÉL()	=INVERZ.NORM(B17;\$C\$7;\$C\$8)	=INVERZ.NORM(B17;\$C\$7;\$C\$8/GYÖK(\$E\$7))	
8	=VÉL()	=INVERZ.NORM(B18;\$C\$7;\$C\$8)	=INVERZ.NORM(B18;\$C\$7;\$C\$8/GYÖK(\$E\$7))	
9	=VÉL()	=INVERZ.NORM(B19;\$C\$7;\$C\$8)	=INVERZ.NORM(B19;\$C\$7;\$C\$8/GYÖK(\$E\$7))	
10	=VÉL()	=INVERZ.NORM(B20;\$C\$7;\$C\$8)	=INVERZ.NORM(B20;\$C\$7;\$C\$8/GYÖK(\$E\$7))	

# Verifikálás

Verifikálás:		
A szimuláció eredményei		
	Gyártás	Minta
Adatok száma:	=DARAB(C11:C51)	=DARAB(D11:D51)
Átlag:	=ÁTLAG(C11:C50)	=ÁTLAG(D11:D50)
Szórás:	=SZÓRÁS(C11:C50)	=SZÓRÁS(D11:D50)
Korr. emp. szórás:	=SZÓRÁSP(C11:C50)	=SZÓRÁSP(D11:D50)

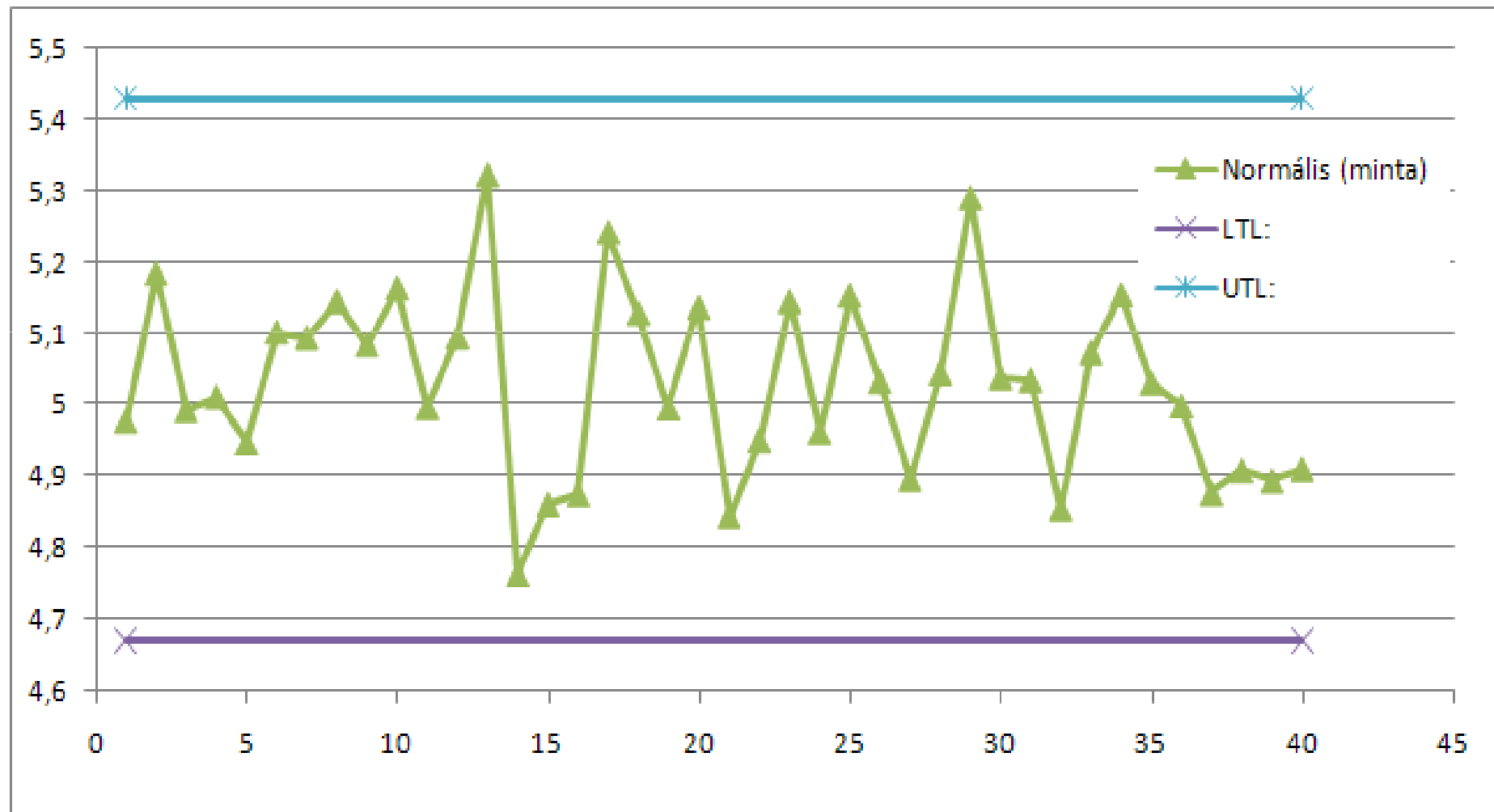


# Az ellenőrzési határok számítása

	Elméleti	Tapasztalati (szim.) (Gyártás)	Tapasztalati (szim.) (Minta)
UCL:	$=\$C\$7 + \$E\$8 * \$C\$8 / \text{GYÖK}(\$E\$7)$	$=\$H\$10 + \$E\$8 * \$H\$12 / \text{GYÖK}(\$E\$7)$	$=\$I\$10 + \$E\$8 * \$I\$12$
LCL:	$=\$C\$7 - \$E\$8 * \$C\$8 / \text{GYÖK}(\$E\$7)$	$=\$H\$10 - \$E\$8 * \$H\$12 / \text{GYÖK}(\$E\$7)$	$=\$I\$10 - \$E\$8 * \$I\$12$
		Ezt használják	
	Verifikálás:		
	A szimuláció eredményének stati:		
		Gyártás	Minta
	Adatok száma:	$=\text{DARAB}(C11:C51)$	$=\text{DARAB}(D11:D51)$
	Átlag:	$=\text{ÁTLAG}(C11:C50)$	$=\text{ÁTLAG}(D11:D50)$
	Szórás:	$=\text{SZÓRÁS}(C11:C50)$	$=\text{SZÓRÁS}(D11:D50)$
	Korr. emp. szórás:	$=\text{SZÓRÁSP}(C11:C50)$	$=\text{SZÓRÁSP}(D11:D50)$

	Várh. ér	5	Mintaelemszám	3			
	Szórás:	0,3	k	3			
	Véletlen számok						
Sorsz:	(0,1) egy	Normális (gyártás)	Normális (minta)	Verifikálás:			
1	0,4455	4,95890229	4,976272226	A szimuláció eredményének statisztikai jellemzői			
2	0,855	5,317487608	5,183301556		Gyártás	Minta	
3	0,4806	4,985374033	4,991555694				
4	0,5226	5,017009342	5,009820348	Adatok száma:	40	40	
5	0,3778	4,906586674	4,946067791	Átlag:	5,050467088	5,0291372	
6	0,7193	5,174244067	5,100599859	Szórás:	0,221677754	0,1279857	
7	0,7043	5,161077316	5,092998032	Korr. emp. szórás:	0,218889244	0,1263758	
8	0,797	5,249295064	5,143930572				
9	0,6844	5,144026479	5,083153726				
10	0,8265	5,282154704	5,162902094				
11	0,4895	4,992095943	4,99543659				
12	0,7062	5,162715955	5,000000000				
13	0,9679	5,555275658	5,3				
14	0,0855	4,589256745	4,7				
15	0,2098	4,757855247	4,8				
16	0,2338	4,782065797	4,8	UCL:	5,519615242	5,42959438	5,4082645
17	0,9179	5,41729366	5,2	LCL:	4,480384758	4,671339796	4,6500099
18	0,7691	5,220787327	5,1			Ezt használják	

# A kártya képe



# Megbízhatósági elemzés

- Egy gép két meghibásodás közötti hibamentes működési ideje Weibull-eloszlást követ  $\alpha=0,0001$  és  $\beta=2,5$  paraméterekkel. Az eloszlásfüggvény képlete:

$$F(x) = 1 - e^{-\alpha x^\beta}$$

- Az állásidő normális eloszlást követ, várható értéke 5 óra, szórása 0,4 óra.

Határozza meg szimulációval a rendelkezésre állás valószínűségét egy véletlenszerűen megválasztott pillanatban. (Vigyázat! Az Excelben mások a Weibull paraméterek jelölései!)

# A modell

	A	B	C	D	E
4					
5		Alfa	0,0001	Várh. ért.:	5
6		Béta	2,5	Szórás:	0,4
7		Véletlen szá		Véletlen számok	
8	Sors	(0,1) egyenl	Weibull	(0,1) egyenletes	Normális (gyártás)
9	1	=VÉL()	=HATVÁNY((-LN(1-B9)/\$C\$5);1/\$C\$6)	=VÉL()	=INVERZ.NORM(D9;\$E\$5;\$E\$6)
10	2	=VÉL()	=HATVÁNY((-LN(1-B10)/\$C\$5);1/\$C\$6)	=VÉL()	=INVERZ.NORM(D10;\$E\$5;\$E\$6)
11	3	=VÉL()	=HATVÁNY((-LN(1-B11)/\$C\$5);1/\$C\$6)	=VÉL()	=INVERZ.NORM(D11;\$E\$5;\$E\$6)
12	4	=VÉL()	=HATVÁNY((-LN(1-B12)/\$C\$5);1/\$C\$6)	=VÉL()	=INVERZ.NORM(D12;\$E\$5;\$E\$6)
13	5	=VÉL()	=HATVÁNY((-LN(1-B13)/\$C\$5);1/\$C\$6)	=VÉL()	=INVERZ.NORM(D13;\$E\$5;\$E\$6)
14	6	=VÉL()	=HATVÁNY((-LN(1-B14)/\$C\$5);1/\$C\$6)	=VÉL()	=INVERZ.NORM(D14;\$E\$5;\$E\$6)
15	7	=VÉL()	=HATVÁNY((-LN(1-B15)/\$C\$5);1/\$C\$6)	=VÉL()	=INVERZ.NORM(D15;\$E\$5;\$E\$6)
16	8	=VÉL()	=HATVÁNY((-LN(1-B16)/\$C\$5);1/\$C\$6)	=VÉL()	=INVERZ.NORM(D16;\$E\$5;\$E\$6)
17	9	=VÉL()	=HATVÁNY((-LN(1-B17)/\$C\$5);1/\$C\$6)	=VÉL()	=INVERZ.NORM(D17;\$E\$5;\$E\$6)
18	10	=VÉL()	=HATVÁNY((-LN(1-B18)/\$C\$5);1/\$C\$6)	=VÉL()	=INVERZ.NORM(D18;\$E\$5;\$E\$6)
19	11	=VÉL()	=HATVÁNY((-LN(1-B19)/\$C\$5);1/\$C\$6)	=VÉL()	=INVERZ.NORM(D19;\$E\$5;\$E\$6)
20	12	=VÉL()	=HATVÁNY((-LN(1-B20)/\$C\$5);1/\$C\$6)	=VÉL()	=INVERZ.NORM(D20;\$E\$5;\$E\$6)
21	13	=VÉL()	=HATVÁNY((-LN(1-B21)/\$C\$5);1/\$C\$6)	=VÉL()	=INVERZ.NORM(D21;\$E\$5;\$E\$6)
22	14	=VÉL()	=HATVÁNY((-LN(1-B22)/\$C\$5);1/\$C\$6)	=VÉL()	=INVERZ.NORM(D22;\$E\$5;\$E\$6)
23	15	=VÉL()	=HATVÁNY((-LN(1-B23)/\$C\$5);1/\$C\$6)	=VÉL()	=INVERZ.NORM(D23;\$E\$5;\$E\$6)
24	16	=VÉL()	=HATVÁNY((-LN(1-B24)/\$C\$5);1/\$C\$6)	=VÉL()	=INVERZ.NORM(D24;\$E\$5;\$E\$6)

# Eredmények

A szimuláció eredményé					
	Működési idő				Állásidő
		A szimuláció eredményének statisztikai jellemzői:			
Adatok száma:	=DARA		Működési idő	Állásidő	=DARAB(E9:E49)
Átlag:	=ÁTLAC	Adatok szám	40	40	=ÁTLAG(E9:E48)
Szórás:	=SZÓRA	Átlag:	37,20494548	4,9419157	=SZÓRÁS(E9:E48)
Korr. emp. szórás:	=SZÓRA	Szórás:	13,04063391	0,3948151	=SZÓRÁSP(E9:E48)
		Korr. emp. s	12,87659425	0,3898487	
		Készenléti t	0,882745345		
Készenléti tényező:	=J8/(J8	Elméleti			
		Várható érté	35,32260879	5	
		Készenléti t	0,876000087		
Elméleti					
Várható érték:	=KITEVŐ(GAMMALN(1+1/\$C\$6)) / HATVÁNY((\$C\$5);1/\$C\$6)				=E5
Készenléti tényező:	=J17/(J17+K17)				

# Crystall Ball eredmények

Alfa	0,0001	Várh. ért.:	5	39,81072	beta				
Béta	2,5	Szórás:	0,4	2,5	alfa				
Véletlen számok		Véletlen számok							
	Weibull		Normális (gyártás)						
	90		5						
	90		5						
	Készletléti tényező a szimulációból								
	0,947368					Kiértékelés			
						Készletléti tényező:	0,876123		
A szimuláció eredményének statisztikai jellemzői:									
Forecast Name	Weibull		Normális	cast Name	Készletléti tényező a szimulációból				
Trials	100 000		100 000	Trials	100 000	Elméleti	Működési	Állásidő	
Mean	35,36		5,00	Mean	0,85	Várható érték:	35,32261	5	
Median	34,52		5,00	Median	0,87	Készletléti tényező:	0,876		
Mode	---		---	Mode	---				
Standard Deviation	15,12		0,40	Deviation	0,08				
Variance	228,49		0,16	Variance	0,01				
Skewness	0,3396		-0,0102	Skewness	-2,48				
Kurtosis	2,84		3,00	Kurtosis	12,82				
Coeff. of Variability	0,4274		0,0799	variability	0,0899				

# Crystall Ball modell

Alfa	0,0001	Várh. ért.:	5	=HATVÁNY(1/C5;1/F6)	beta
Béta	2,5	Szórás:	0,4	=C6	alfa
Véletlen számok		Véletlen számok			
	Weibull		Normális (gyártás)		
	90	<b>Assumption:</b> Weibull(=C8) Weibull distribution Location = 0,00 Scale = 39,81 (=F5)	5		
	=C9		=E9		
	Készenléti tényező a				
	=C9/(C9+E9)				



# Kiértékelés

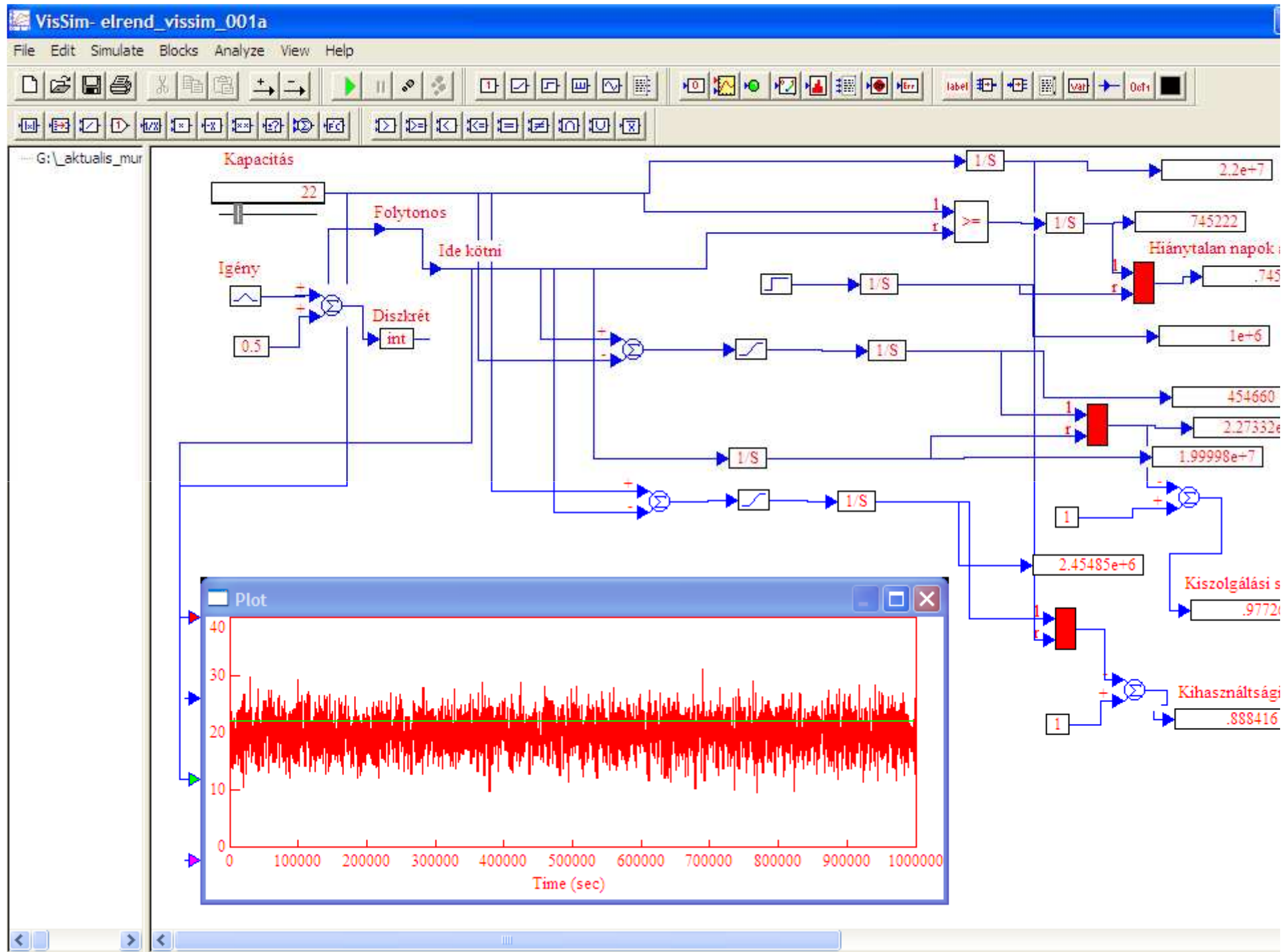
Kiértékelés		
Készenléti tényező:	0,876123249	
Elméleti	Működési idő	Állásidő
Várható érték:	35,32260879	5
Készenléti tényező:	0,876000087	

Egy szolgáltatás iránt a napi igény változó,  
normális eloszlás követ,  $m=20$ ,  $\sigma=3$ . A  
tervezett kapacitás 22. Mennyi lesz várhatóan

- A kiszolgált ügyfelek aránya,
- A kiszolgáló kihasználtsága,
- A teljes kiszolgálást tartalmazó napok aránya.

		Kerekít(I/N)				Igény	Nem kisz	Nem kiha	Jó nap
		n				19926,39	510,5122	2408,127	731
	m	szigma	p			992	Kiszolgálá	Kihasznál	Megbízhat
					Szintek:		0,97438	0,879149	0,736895
A	20	3	22	0,7475075					
		Igény	Nem kisz	Nem kiha	Jó nap				
0,202509	17,50193	17,50193	0	4,4980744	1				
0,443807	19,57603	19,57603	0	2,4239734	1				
0,916059	24,13713	24,13713	2,137134	0	0				
0,950312	24,94367	24,94367	2,943669	0	0				

		Kerekit(I/N)		
		n		
	m	szigma	p	
				Szintek:
A	20	3	22	=NORM.ELOSZL(D6;B6;C6;1)
		Igény	Nem kiszolg.	Nem kihaszn.
		=HA(NAGYBETŰS(\$C		Jó nap
		=INVERZ.NORM(A9;\$3)="I";KEREKÍTÉS(B		
	0,202509376308055	\$B\$6;\$C\$6)	9;0);B9)	=MAX(0;(C9-\$D\$6))
				=MAX(0;(\$D\$6-C9))
				=HA(\$D\$6>=C9;1;0)
		=HA(NAGYBETŰS(\$C		
		=INVERZ.NORM(A10;\$3)="I";KEREKÍTÉS(B		=HA(\$D\$6>=C10;1;0
	0,443806806952386	\$B\$6;\$C\$6)	10;0);B10)	=MAX(0;(C10-\$D\$6))=MAX(0;(\$D\$6-C10)) )
		=HA(NAGYBETŰS(\$C		
		=INVERZ.NORM(A11;\$3)="I";KEREKÍTÉS(B		=HA(\$D\$6>=C11;1;0
	0,91605949476808	;\$B\$6;\$C\$6)	11;0);B11)	=MAX(0;(C11-\$D\$6))=MAX(0;(\$D\$6-C11)) )
		=HA(NAGYBETŰS(\$C		
		=INVERZ.NORM(A12;\$3)="I";KEREKÍTÉS(B		=HA(\$D\$6>=C12;1;0
	0,950312353644041	;\$B\$6;\$C\$6)	12;0);B12)	=MAX(0;(C12-\$D\$6))=MAX(0;(\$D\$6-C12)) )
		=HA(NAGYBETŰS(\$C		
		=INVERZ.NORM(A13;\$3)="I";KEREKÍTÉS(B		=HA(\$D\$6>=C13;1;0
	0,064789417505816	;\$B\$6;\$C\$6)	13;0);B13)	=MAX(0;(C13-\$D\$6))=MAX(0;(\$D\$6-C13)) )
	8			
	=C8	=D8	=E8	=F8
	=SZUM(C9:C1000)	=SZUM(D9:D1000)	=SZUM(E9:E1000)	=SZUM(F9:F1000)
	=DARAB(C9:C1000)	Kiszolgálási	Kihasználási	Megbízhatósági
	2009. 09. 21.			
		=1-H3/G3	=1-I3/G3	=J3/G4





	Kerekit(I/N)			
	n			
	Igény	Nem kiszolg.	Nem kihaszn.	Jó nap
0	=HA(NAGYBETŰS(\$H\$7)="I";K	=MAX(0;(H10-D10))	=MAX(0;(D10-H10))	=HA(D10>=H10;1;0)
0	=HA(NAGYBETŰS(\$H\$7)="I";K	=MAX(0;(H11-D11))	=MAX(0;(D11-H11))	=HA(D11>=H11;1;0)
0	=HA(NAGYBETŰS(\$H\$7)="I";K	=MAX(0;(H12-D12))	=MAX(0;(D12-H12))	=HA(D12>=H12;1;0)
		=SZUM(I10:I12)	=SZUM(J10:J12)	
0	=HA(NAGYBETŰS(\$H\$7)="I";K	=MAX(0;(H16-D16))	=MAX(0;(D16-H16))	=HA(D16>=H16;1;0)
Kapacitás	=H8	=I8	=J8	=K8
=D10*L10	=L10*M10	=L10*N10	=L10*O10	=L10*P10
		Kiszolgálási	Kihasználási	Megbízhatósági
		=1-I19/H19	=1-J19/G19	=K19/L10

	=H8	=I8	=J8	=K8
1000000	19,9980279495115	0,452602234421906	2,45457428490996	0,747636